

Ejercicios resueltos de interés compuesto

Esta guía está diseñada para que pongas en práctica tus conocimientos sobre el interés compuesto. A través de estos 15 ejercicios, exploraremos cómo calcular el monto, el capital inicial, la tasa de interés y el tiempo, considerando diferentes periodos de capitalización.

Ejercicio 1: Calcular el monto final (Capitalización anual)

Sofía invierte \$12,000 en un fondo de inversión que le ofrece una tasa de interés compuesto del 6% anual. ¿Cuál será el monto total que Sofía tendrá en su cuenta después de 4 años?

Solución del ejercicio 1

En este problema, nos piden calcular el valor futuro o monto (M) de una inversión. Los datos que tenemos son el capital inicial ($C = 12,000$), la tasa de interés ($i = 0,06$) y el tiempo ($n = 4$ años). Dado que la tasa y el tiempo están en la misma unidad (anual), podemos sustituir directamente en la ecuación de monto:

$$M = C(1 + i)^n$$

Sustituyendo los datos:

$$M = 12000(1 + 0,06)^4$$

$$M = 12000(1,262476)$$

El resultado es: \$15,149.72.

Por lo tanto, Sofía tendrá \$15,149.72 al final de los 4 años.

Ejercicio 2: Calcular el capital inicial

Roberto necesita reunir \$20,000 para abrir un negocio dentro de 3 años. Si el banco le ofrece una cuenta de ahorro con una tasa de interés compuesto del 5% anual, ¿cuánto dinero necesita depositar el día de hoy para alcanzar su meta?

Solución del ejercicio 2

Aquí nos están dando el valor futuro ($M = 20,000$) y nos piden encontrar el valor presente o capital (C). La fórmula que utilizaremos es la de capital:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

Sustituimos nuestros valores ($i = 0,05$, $n = 3$):

$$C = \frac{20000}{(1 + 0,05)^3}$$

$$C = \frac{20000}{1,157625}$$

El resultado es: \$17,276.75.

Roberto debe invertir \$17,276.75 hoy para tener los \$20,000 exactos en 3 años.

Ejercicio 3: Calcular la tasa de interés

Una inversión de \$8,000 creció hasta convertirse en \$11,000 después de 5 años. Si los intereses se capitalizaron anualmente, ¿cuál fue la tasa de interés anual obtenida?

Solución del ejercicio 3

Para este caso, necesitamos despejar la tasa de interés de nuestra fórmula original, lo cual nos deja con la siguiente ecuación:

$$i = \sqrt[n]{\frac{M}{C}} - 1$$

Introducimos los datos proporcionados ($M = 11,000$, $C = 8,000$, $n = 5$):

$$i = \sqrt[5]{\frac{11000}{8000}} - 1$$

$$i = \sqrt[5]{1,375} - 1$$

$$i = 1,0657 - 1 = 0,0657$$

Para expresarlo en porcentaje, multiplicamos por 100. La tasa de interés fue del 6.57 % anual.

Ejercicio 4: Calcular el tiempo de inversión

¿Cuánto tiempo debe dejar depositados Valeria \$15,000 en una cuenta que paga el 8 % de interés compuesto anual para que su dinero se convierta en \$25,000?

Solución del ejercicio 4

Nos piden encontrar el tiempo (n). Utilizaremos la fórmula del tiempo apoyándonos de los logaritmos:

$$n = \frac{\log(M/C)}{\log(1 + i)}$$

Sustituyendo $M = 25,000$, $C = 15,000$ e $i = 0,08$:

$$n = \frac{\log(25000/15000)}{\log(1 + 0,08)}$$

$$n = \frac{\log(1,6667)}{\log(1,08)}$$

$$n = \frac{0,2218}{0,0334} = 6,64$$

Valeria tendrá que esperar aproximadamente 6.64 años para alcanzar los \$25,000.

Ejercicio 5: Monto con capitalización mensual

Fernando invierte \$50,000 a una tasa nominal del 12% anual, pero los intereses se capitalizan mensualmente. ¿Cuánto dinero tendrá al cabo de 2 años?

Solución del ejercicio 5

Este ejercicio introduce la capitalización no anual. La tasa del 12% anual debe dividirse entre 12 meses, y el tiempo de 2 años debe multiplicarse por 12 para tener el total de meses.

$$i = \frac{0,12}{12} = 0,01 \text{ mensual}$$

$$n = 2 \times 12 = 24 \text{ meses}$$

Aplicamos la fórmula de monto:

$$M = 50000(1 + 0,01)^{24}$$

$$M = 50000(1,26973)$$

El resultado es: \$63,486.73.

Ejercicio 6: Calcular el interés generado (Capitalización semestral)

¿Cuánto interés producirá un capital de \$30,000 prestado al 10% semestral durante 3 años?

Solución del ejercicio 6

Primero debemos notar que la tasa es semestral (10% o 0.10) y el tiempo está en años. Convertimos los 3 años a semestres: un año tiene 2 semestres, por lo que 3 años son 6 semestres ($n = 6$). Calculamos el monto:

$$M = 30000(1 + 0,10)^6$$

$$M = 30000(1,77156)$$

$$M = 53,146,83$$

El interés es el Monto menos el Capital ($I = M - C$):

$$I = 53146,83 - 30000 = 23,146,83$$

Se producirán \$23,146.83 de puros intereses.

Ejercicio 7: Capital con capitalización trimestral

Para comprar un automóvil en 5 años, una persona necesita \$100,000. Si el banco otorga un rendimiento del 16 % anual capitalizable trimestralmente, ¿cuánto debe depositar hoy?

Solución del ejercicio 7

Ajustamos la tasa y el tiempo a trimestres. Un año tiene 4 trimestres.

$$i = \frac{0,16}{4} = 0,04 \text{ trimestral}$$

$$n = 5 \times 4 = 20 \text{ trimestres}$$

Usamos la fórmula de capital:

$$C = \frac{100000}{(1 + 0,04)^{20}}$$

$$C = \frac{100000}{2,19112}$$

El resultado es: \$45,638.69.

Ejercicio 8: Tiempo con capitalización mensual

Si inviertes \$20,000 a una tasa del 9 % anual capitalizable mensualmente, ¿cuántos meses tardará en duplicarse tu inversión (es decir, llegar a \$40,000)?

Solución del ejercicio 8

La tasa mensual será:

$$i = \frac{0,09}{12} = 0,0075$$

Usamos la fórmula del tiempo:

$$n = \frac{\log(40000/20000)}{\log(1 + 0,0075)}$$

$$n = \frac{\log(2)}{\log(1,0075)}$$

$$n = \frac{0,30103}{0,003245} = 92,76 \text{ meses}$$

Tardará poco más de 92 meses y medio (aproximadamente 7.7 años) en duplicar su valor.

Ejercicio 9: Tasa de interés con capitalización semestral

Un capital de \$60,000 se convirtió en \$85,000 en un periodo de 4 años con capitalización semestral. ¿Cuál fue la tasa de interés semestral aplicada?

Solución del ejercicio 9

El tiempo de 4 años equivale a 8 semestres ($n = 8$). Usamos la fórmula de la tasa:

$$i = \sqrt[8]{\frac{85000}{60000}} - 1$$

$$i = \sqrt[8]{1,41667} - 1$$

$$i = 1,0445 - 1 = 0,0445$$

La tasa semestral es del 4.45%. Si se quisiera la tasa nominal anual, se multiplicaría por 2 (8.9% anual).

Ejercicio 10: Interés generado con capitalización diaria

¿Qué interés genera una inversión de \$10,000 al 5% anual capitalizable diariamente durante un año exacto? (Considera un año comercial de 360 días).

Solución del ejercicio 10

La tasa diaria es $i = \frac{0,05}{360}$, y el tiempo en días es $n = 360$.

$$M = 10000 \left(1 + \frac{0,05}{360}\right)^{360}$$

$$M = 10000(1,0001388)^{360}$$

$$M = 10512,67$$

Para encontrar el interés restamos el capital:

$$I = 10512,67 - 10000 = 512,67$$

El interés generado es de \$512.67.

Ejercicio 11: Monto con capitalización bimestral

Calcular el monto acumulado al invertir \$45,000 al 7% anual con capitalización bimestral durante 3 años.

Solución del ejercicio 11

Un año tiene 6 bimestres.

$$i = \frac{0,07}{6} = 0,011666$$

$$n = 3 \times 6 = 18 \text{ bimestres}$$

$$M = 45000(1 + 0,011666)^{18}$$

$$M = 45000(1,23211)$$

$$M = 55,445,10$$

El monto acumulado será de \$55,445.10.

Ejercicio 12: Capital para un enganche (Cap. cuatrimestral)

Diana quiere dar el enganche de un departamento en 4 años. Estima que necesitará \$250,000. Si invierte en un instrumento que da el 10% anual capitalizable cuatrimestralmente, ¿cuánto debe depositar hoy?

Solución del ejercicio 12

Un año tiene 3 cuatrimestres (ya que cada cuatrimestre es de 4 meses).

$$i = \frac{0,10}{3} = 0,03333$$

$$n = 4 \times 3 = 12 \text{ cuatrimestres}$$

Calculamos el capital:

$$C = \frac{250000}{(1 + 0,03333)^{12}}$$
$$C = \frac{250000}{1,4824}$$

El resultado es: \$168,645.44.

Ejercicio 13: Tiempo para triplicar un capital

¿En cuánto tiempo se triplicará un capital si se invierte a una tasa del 15% anual con capitalización semestral?

Solución del ejercicio 13

No nos dan un capital inicial, pero sabemos que $M = 3C$. La tasa semestral es $i = 0,15/2 = 0,075$. Usando la fórmula de tiempo:

$$n = \frac{\log(3C/C)}{\log(1 + 0,075)}$$

Las "C" se cancelan:

$$n = \frac{\log(3)}{\log(1,075)}$$
$$n = \frac{0,4771}{0,0314} = 15,19 \text{ semestres}$$

Para convertirlo a años, dividimos entre 2. Tardará aproximadamente 7.6 años en triplicarse.

Ejercicio 14: Comparación de escenarios de inversión

Tomás tiene \$10,000 y dos opciones para invertir por 1 año. El Banco A le ofrece 8% anual capitalizable mensualmente. El Banco B le ofrece 8.2% anual con capitalización anual. ¿Qué opción le genera más dinero?

Solución del ejercicio 14

Calculamos el monto para ambos bancos.

Banco A: $i = 0,08/12 = 0,00666$, $n = 12$ meses.

$$M_A = 10000(1 + 0,00666)^{12} = 10829,99$$

Banco B: $i = 0,082$, $n = 1$ año.

$$M_B = 10000(1 + 0,082)^1 = 10820,00$$

Comparando los montos (\$10,829.99 ¿\$10,820.00), a Tomás le conviene más el Banco A. A pesar de que la tasa nominal parece menor, la frecuencia de capitalización hace que el rendimiento final sea superior.

Ejercicio 15: Obtener la tasa equivalente

¿Qué tasa nominal anual capitalizable mensualmente es equivalente a una tasa efectiva del 12% anual?

Solución del ejercicio 15

Cuando hablamos de tasas equivalentes, los montos generados en 1 año por 1 peso deben ser iguales.

$$\left(1 + \frac{i}{12}\right)^{12} = (1 + 0,12)^1$$

Despejamos la tasa nominal (i):

$$\frac{i}{12} = \sqrt[12]{1,12} - 1$$

$$\frac{i}{12} = 1,009488 - 1 = 0,009488$$

$$i = 0,009488 \times 12 = 0,1138$$

La tasa nominal anual capitalizable mensualmente equivalente es del 11.38%.